

LETTERE A LA FISICA NELLA SCUOLA
a cura di LUISA VIGLIETTA

**“IL PENDOLO IN ACQUA”, RIVISTO
E CORRETTO**

L'abstract dell'articolo di L. Atti pubblicato su La Fisica nella Scuola XXV, 4, 340 (1992) dice che “seguendo i suggerimenti e le curiosità degli alunni è possibile talvolta rimuovere alcuni loro preconcetti”, ma le considerazioni esposte e le conclusioni tratte in quel lavoro producono proprio l'effetto opposto.

Lo scopo del lavoro è determinare se vi sia un effetto del fluido, in cui è immerso un pendolo semplice, sul periodo di oscillazione.

L'approccio al problema è esclusivamente “euristic”: non si fa alcun cenno al modello che implicitamente si assume per il moto del pendolo, né si tenta una descrizione dell'ambiente o una definizione dei parametri di cui si vogliono misurare i possibili effetti, e infine si dà una interpretazione sbagliata dei dati raccolti.

Infatti dall'osservazione che la *differenza tra i*

valori misurati per il periodo di oscillazione in aria, alcool e acqua è pari all'errore di misura stimato, l'autore deduce che tali valori devono essere uguali. È vero invece che nelle condizioni in cui si esegue la misura la *differenza tra i valori prevedibili* per il periodo è pari all'errore sperimentale, e non può essere quindi facilmente osservata.

Ma analizziamo il modello del sistema fisico in oggetto per capire meglio il nodo della questione.

Il modello di pendolo semplice è discusso in modo più o meno rigoroso in moltissimi testi di fisica, e non ci pare quindi il caso di ripetere qui tutta l'analisi. Notiamo solo che il periodo di oscillazione T , nel caso di piccole oscillazioni, è quasi sempre espresso alla fine solo in funzione della lunghezza L e della accelerazione di gravità g , usando la relazione *approssimata* (1):

$$T = 2\pi \sqrt{L/g}, \quad [1]$$

e ciò fa nascere spesso il preconcetto che T non dipenda da altri fattori.

Nella [1] è scomparso infatti il ruolo della massa inerziale m del pendolo e della componente efficace (della forza $F = mg$) che sostiene l'oscillazione armonica, parametri che si sono tuttavia usati per ricavare questa relazione.

Se si fa un passo indietro e si ricorda la relazione che descrive il moto armonico del pendolo nel caso di piccole oscillazioni (2)

$$m\ddot{x} = -F_x/L = -kx \quad [2]$$

ove x è la coordinata che misura lo spostamento dalla posizione di equilibrio, e k è l'analogo della costante elastica nel moto armonico di un sistema massa-molla, si ottiene la relazione più precisa:

$$T = 2\pi \sqrt{m/k} = 2\pi \sqrt{m L/F}, \quad [3]$$

che riproduce la [1] nel *caso particolare* che sia $F = mg$. Nel caso più generale in cui la forza agente lungo la verticale sia diversa da mg la [3] resta valida. In questo modo si può allora apprezzare ad esempio l'effetto dovuto alla forza di Archimede $F_A = -\rho_A V g$, ove V è il volume della massa m , e ρ_A la densità del fluido da essa spostato.

In questo caso possiamo usare per F l'espressione $F = (\rho - \rho_A) V g$, ove ρ è la densità della massa oscillante, il che trasforma la [3] nella

$$T = 2\pi \sqrt{[\rho L / (\rho - \rho_A) g]} \quad [4]$$

$$\sqrt{\rho / (\rho - \rho_A)} 2\pi \sqrt{L/g} = \gamma 2\pi \sqrt{L/g},$$

ove γ è il fattore di correzione idrostatico. La soluzione al problema proposto da L. Atti è tutta qui: nel calcolo dell'effetto della pressione idrostatica.

È ben vero che la correzione ad F dovuta ad F_A

in aria è assolutamente trascurabile, e ciò spiega la disinvolta con cui molti insegnanti usano la relazione [1] come esatta nel caso di piccole oscillazioni, quando si possano trascurare gli attriti. Disinvoltura che ben si giustifica solo se si assume che la *densità della massa oscillante sia molto maggiore che quella del fluido in cui avviene il moto*.

L'importanza della spinta idrostatica si capisce subito se si pensa di ripetere l'esperimento di L. Atti nel modo seguente: usiamo come massa del pendolo una palla di vetro a pareti sottili, di quelle che usavamo appendere un tempo all'albero di Natale, prima che sparissero dal mercato perché soppiantate dalle moderne succedanee di plastica. E usiamola dopo averla riempita d'acqua. È ovvio che la nostra massa sarà poco diversa da quella di una uguale sfera di acqua: la piccola differenza sarà dovuta solo alla sottile parete di vetro.

Il periodo del nostro pendolo sarà, in aria, approssimato bene dalla relazione [1]: e in acqua? Dato che ora in acqua la spinta di Archimede quasi egualgia la forza peso dovremo usare la relazione [3] con $F \approx 0$, e misureremmo quindi un periodo enormemente maggiore.

Oppure, se vogliamo seguire un diverso ragionamento, possiamo pensare alla [1] come ad una relazione che ci permette di misurare la *"accelerazione di gravità efficace"*, o in altri termini il *"peso efficace"* della massa oscillante nel fluido in oggetto: bene, tutti sappiamo che in acqua *"pesiamo meno"*! E, se abbiamo nuotato sia in mare che in lago, forse abbiamo notato che *"pesavamo meno"* nell'acqua salata, che è più densa dell'acqua dolce.

Ma forse è arrivato il momento di fare qualche calcolo e di valutare quantitativamente il fenomeno di cui parliamo.

La densità dell'acqua è 1 g/cm^3 mentre quella di un metallo è circa dieci volte tanto (3) e infine quella dell'aria circa un millesimo. Quindi la correzione di F per una massa metallica in aria è dell'ordine di una parte su diecimila, mentre per la stessa massa diventa dell'ordine del 10% in acqua!

Ma torniamo alle misure degli alunni del Liceo scientifico di Bologna: per confrontare le loro osservazioni con il valore previsto dalla relazione semplice [1] essi hanno previsto di dividere il periodo da misurare per \sqrt{L} ottenendo valori da confrontare con un numero calcolabile con precisione: $2\pi/\sqrt{g} = 2,00606 (\text{sm}^{-1/2})$, dato che $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Che valore dovevamo allora aspettarsi per T/\sqrt{L} nel caso di aria e acqua?

La risposta è data dalla relazione [4]: basta calcolare il valore di γ . Se per la massa (metallica?) si può assumere $\rho \approx 10 \text{ g/cm}^3$ si ottiene $\gamma \approx 1,00005$ in aria e $\gamma \approx 1,054$ in acqua (4). In definitiva i valori attesi sono rispettivamente $T/\sqrt{L} \approx 2,0061 (\text{sm}^{-1/2})$ in aria e $T/\sqrt{L} \approx 2,114 (\text{sm}^{-1/2})$ in acqua: valori assai vicini a quelli riportati nell'articolo.

La considerazione che si poteva fare prima di procedere alle misure era la seguente: *l'esperimento non può dare risposta sicura al quesito posto se non si riduce l'errore al di sotto del 5%*, perché l'effetto cercato richiede una accuratezza maggiore di quella disponibile.

Note

(1) Non si tratta qui delle varie approssimazioni introdotte dal trascurare le dissipazioni (attriti, viscosità), o l'elasticità del filo di sostegno, o dal confondere l'angolo con il seno, per piccoli angoli. L'analisi di queste approssimazioni è stata trattata in dettaglio da P. Violino in LFNS XXV, 2, 206-212 1992). Si tratta semplicemente della approssimazione che si fa assumendo la massa puntiforme, cioè priva di volume, o in alternativa, come spieghiamo più avanti **trascurando la densità del mezzo** in cui avviene il moto.

2) In cui approssimiamo l'angolo con il seno.

(3) Per il piombo, il rame e il ferro si ha rispettivamente $\rho \approx 11,3$ 9,0 e 7,9 g/cm³.

(4) Si può pensare che si trattasse di piombo, ferro, ottone o rame. Se si fosse usata infatti una massa di alluminio ($\rho \approx 2,7$ g/cm³) per il quale in acqua $\gamma \approx 1,26$, la misura del periodo in aria e acqua avrebbe evidenziato uno scarto ben maggiore dell'errore.

Giacomo Torzo

Dipartimento di Fisica Università di Padova
ICTIMA - CNR Padova

Caro Direttore,

Il breve articolo di Luisa Atti, "Il pendolo... in acqua", pubblicato sul numero 4 del 1992 di "La Fisica nella Scuola", si presta ad alcune considerazioni su certi aspetti importanti del lavoro di chi insegna la Fisica con metodo attivo. Per "metodo attivo" intendo un insegnamento in cui gli esperimenti condotti dagli studenti (e coordinati, ovviamente, dal docente) svolgono un ruolo importante: è il tipo d'insegnamento che l'AIF propugna da tempo, l'unico che molti di noi ritengono valido, stimolante e gratificante per studenti e docenti insieme. È il lavoro mio ed è certamente il lavoro di Luisa Atti, ricco di soddisfazioni ma non esente dalle difficoltà derivanti dal confronto diretto con i fenomeni naturali.

Una delle principali difficoltà consiste nel fatto che chi si appresta ad interrogare la natura possiede già, di solito, delle aspettative sui risultati. Perciò l'esperimento didattico, se vuole affrontare e correggere eventuali aspettative devianti, dev'essere di chiara ed inequivocabile interpretazione. Da questo punto di vista, l'esperimento che l'articolo ci presenta è apparentemente facile ma, in realtà è intrinsecamente assai difficile per i molti parametri che influiscono sul fenomeno e per la scarsa precisione che può nasconderne gli effetti.

L'esperimento si proponeva di rispondere alla domanda se la natura del mezzo influisce sul periodo di oscillazione e la risposta attesa era un "no". Sebbene gli intervalli d'incertezza relativi ai tre periodi di oscillazione in aria, in alcool e in acqua si sovrappongano e quindi, in linea di principio, l'esperimento non possa escludere a priori che il periodo di oscillazione sia uguale nei tre mezzi, chi al contrario avesse pensato che il mezzo influisce avrebbe potuto fissare invece l'attenzione su un altro fatto: apparentemente, il periodo tende a crescere con la densità del mezzo. I comportamenti sistematici come questo potrebbero nascondere qualcosa di importante e lo sperimentatore un po' smaliziato fa bene a domandarsi se nascono da errori sistematici di progettazione ed esecuzione dell'esperimento o da qualcosa di più fondamentale.

È dunque vero che il periodo di oscillazione del pendolo dipende solo dalla sua lunghezza? Talvolta, a titolo puramente speculativo, si parla in classe di come oscillerebbe un pendolo sulla Luna o in una capsula spaziale orbitante, oppure qualche studente potrebbe aver osservato che in certi giochini scientifici la frequenza di oscillazione di un pendolo di acciaio cambia quando passa sopra una calamita. Ecco allora individuata una possibile responsabile: la forza di richiamo. C'è qualche motivo che mettendo il pendolo nell'acqua la forza di richiamo cambi? Sì: essa si riduce a causa della spinta idrostatica. Seguendo questa linea di pensiero, si può calcolare che, considerando l'effetto della spinta idrostatica, il periodo dovrebbe essere inversamente proporzionale alla radice quadrata della differenza tra le densità del pendolo e del mezzo. I valori riportati nell'articolo per i periodi di oscillazione nell'aria e nell'acqua si discostano pochissimo da questa relazione funzionale (lo scarto è 0,2% se il pendolo era d'ottone, 0,7% se di ferro); l'accordo per l'alcool è meno buono (scarti di 3,5% e 4% rispettivamente). Gli studenti di Bologna hanno lavorato bene.

Sarebbe interessante sapere con quali idee gli studenti di Luisa Atti si sono accinti al lavoro. Quale proprietà del mezzo avrebbe dovuto, secondo loro, influire sul periodo di oscillazione? Non credo che pensassero alla spinta idrostatica: secondo la mia esperienza, di solito gli studenti pensano che sia l'attrito a far cambiare il periodo, senza distinguere chiaramente tra le oscillazioni più o meno ampie dello stesso pendolo nello stesso mezzo e le oscillazioni che avverrebbero in mezzi diversi. Mi pare quindi che l'effetto sia generalmente attribuito a una proprietà del mezzo legata alla viscosità. La teoria ci dice che la viscosità influisce davvero sul pseudoperiodo delle oscillazioni smorzate; ma è facile calcolare che, con viscosità come quella dell'acqua e dell'alcool, l'effetto diventerebbe percepibile solo con un pendolo molto più leg-

gero e/o molto più lungo di quelli usati nell'esperimento di Bologna.

Il problema sperimentale diventerebbe, a questo punto, difficilissimo: un mezzo viscoso è anche denso ed un mezzo denso è anche viscoso! Come separare l'effetto della viscosità dall'effetto della densità? Ognuno può divertirsi ad escogitare esperimenti adatti ma temo che in ogni caso la separazione delle variabili risulterebbe ben poco evidente e tremo all'idea delle confusioni che potrebbero scatenarsi nelle teste di molti studenti, per i quali già in partenza la viscosità e la densità sono concetti poco distinti.

Ecco allora un punto qualificante del nostro lavoro di praticanti della fisica attiva: come dimensionare gli esperimenti perché siano facilmente leggibili e raccontino onestamente la storia nel modo migliore e più comprensibile per gli studenti? Talvolta potrebbe essere impossibile: allora per sbrogliare matasse troppo ingarbugliate potrebbe essere opportuno ricorrere ad altri mezzi come, per esempio, lo studio di un modello matematico. Per il pendolo in acqua, io credo, la costruzione e lo studio di un modello dinamico permetterebbe di modificare a volontà sia la spinta idrostatica sia la resistenza del mezzo giungendo anche a "spengnerle" del tutto ed effettuando un'efficace seppur artificiale separazione delle variabili.

*Silvia Pugliese Jona
ITIS "Camillo Olivetti" - Ivrea*

AVVISO

La Sezione AIF dell'Aquila sta organizzando un corso di aggiornamento residenziale e nazionale da tenersi nel dicembre 1993 su:

FISICA DELLA MATERIA

Poiché il numero dei posti è limitato si invitano gli interessati a mettersi in contatto con il prof. LINO DE SANTIS, Sezione AIF dell'Aquila, tel. 0862/411716.

*Chiuso in tipografia il 30.6.93
tiratura 3.200 copie*